

Barem de corectare

Subiectul I

| Itemul | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Răspunsul corect | c | c | b | c | b | a | b | c | c | e |
| punctaj | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

Subiectul II

Problema 1

a) numărul obiectelor care au codul imprimat format din patru caractere este $A_6^4 = 360$**1p**

numărul obiectelor este $A_6^1 + A_6^2 + A_6^3 + A_6^4 + A_6^5 + A_6^6 = 6 + 30 + 120 + 720 + 720 = 1956$**1p**

$360 = p\% \cdot 1956 \Rightarrow p = \frac{36000}{1956} \Rightarrow p = 18,4049... \Rightarrow$ numărul obiectelor care au codul imprimat format din patru caractere este 18% din numărul total de obiecte.....**3p**

b) codurile pot avea un caracter, trei caractere sau cinci caractere.....**1p**

Pentru că T este primul caracter al codului vom avea:

numărul codurilor de un singur caracter este 1.....**1p**

numărul codurilor de trei caractere este $A_5^2 = 20$**1p**

numărul codurilor de cinci caractere este $A_5^4 = 120$**1p**

Așadar, sunt 141 de obiecte care au imprimat un cod format dintr-un număr impar de caractere care începe cu litera T.....**1p**

c) literele E, C, O sunt caractere ale codului \Rightarrow codul are cel puțin trei caractere \Rightarrow codurile sunt formate din trei, patru, cinci sau șase caractere.....**1p**

Codurile de trei caractere sunt formate din literele E, C, O.....**1p**

\Rightarrow numărul pixurilor care au imprimat un cod de trei caractere este $P_3 = 6$**1p**

Codurile de patru caractere, pe lângă literele E, C, O, mai au în componență o literă dintre cele trei litere rămase, care se poate alege în $C_3^1 = 3$ moduri.....**1p**

\Rightarrow numărul pixurilor care au imprimat un cod de patru caractere este $P_4 \cdot C_3^1 = 24 \cdot 3 = 72$**1p**

Codurile de cinci caractere, pe lângă literele E, C, O, mai au în componență două litere dintre cele trei litere rămase, care se poate alege în $C_3^2 = 3$ moduri.....**1p**

\Rightarrow numărul pixurilor care au imprimat un cod de cinci caractere este $P_5 \cdot C_3^2 = 120 \cdot 3 = 360$**1p**

Codurile de șase caractere, pe lângă literele E, C, O, au în componență restul de litere rămase, care se poate alege în C_3^3 moduri.....**1p**

\Rightarrow numărul pixurilor care au imprimat un cod de șase caractere este $P_6 \cdot C_3^3 = 720 \cdot 1 = 720$**1p**

Numărul pixurilor realizate este $6 + 72 + 360 + 720 = 1158$**1p**

Problema 2

a) $f(1) = 3 \Leftrightarrow \sqrt{1^2 - \frac{3}{2} \cdot 1 + \frac{9}{2}} - a \cdot 1 + 2 = 3 \Leftrightarrow a = 1$**2p**

$f(3) = 2 \Leftrightarrow b + \log_2(3 - 2) = 2 \Leftrightarrow b + \log_2 1 = 0 \Leftrightarrow b = 2$**2p**

Funcția este $f: [0,12] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = \begin{cases} \sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} - t + 2 & , t \in [0,3) \\ 2 + \log_2(t - 2) & , t \in [3,12] \end{cases}$ **1p**

b) temperatura de îngheț a apei este 0°C, deci trebuie demonstrat că $f(t) \geq 0, \forall t \in [0, 12]$

i) $t \in [0, 3), f(t) \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} - t + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} \geq t - 2$**1p**

pentru $t < 2$, $\sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} > 0$ și $t - 2 < 0 \Rightarrow \sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} > t - 2$**1p**

pentru $t \geq 2$, $\sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} \geq t - 2 \Leftrightarrow t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2} \geq t^2 - 4t + 4 \Leftrightarrow 4t - \frac{3}{2}t \geq 4 - \frac{9}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t \geq -\frac{1}{5}$ adevărat $\forall t > 2$**1p**

ii) $t \in [3, 12], \log_2(t - 2) \geq \log_2 1 \geq 0 \Rightarrow 2 + \log_2(t - 2) \geq 2 \Leftrightarrow 2 + \log_2(t - 2) \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) \geq 0$**1p**

Din i) și ii) $\Rightarrow f(t) \geq 0, \forall t \in [0, 12]$**1p**

c) rezolvăm ecuația $f(t) = 2,5$

i) pentru $t \in [0, 3), f(t) = 2,5 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} - t + 2 = 2,5 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} = t + 0,5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2}} = t + \frac{1}{2} \Leftrightarrow t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{9}{2} = t^2 + t + \frac{1}{4} \Leftrightarrow t = \frac{17}{10} \Leftrightarrow t = 1,7 \in [0, 3)$**2p**

ii) $t \in [3, 12], f(t) = 2,5 \Leftrightarrow 2 + \log_2(t - 2) = 2,5 \Leftrightarrow \log_2(t - 2) = 0,5 \Leftrightarrow \log_2(t - 2) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\log_2(t - 2) = \log_2 2^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \log_2(t - 2) = \log_2 \sqrt{2} \Leftrightarrow t - 2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow t = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow t = 3,4 \in [3, 12]$**2p**

Din i) și ii) \Rightarrow soluțiile ecuației $f(t) = 2,5$ sunt $t_1 = 1,7$ și $t_2 = 3,4$ asta înseamnă că dispozitivul a avut temperatura de 2,5°C după 1,7 ore, adică o oră și 42 minute, respectiv după 3,4 ore, adică 3 ore și 24 minute.....**2p**

Ora 9:30PM reprezintă ora 21:30.....**1p**

$21h30min + 1h42min = 22h72min = 23h12min \Rightarrow$ joi, 03.04.2025 la ora 23:12 sau 11:12PM dispozitivul a atins pentru prima dată temperatura de 2,5°C.....**1p**

$21h30min + 3h24min = 24h54min = 1zi0h54min \Rightarrow$ vineri, 04.04.2025 la ora 0:54 dispozitivul a atins a doua oară temperatura de 2,5°C.....**2p**