

Concursul Județean de Științe aplicate
 pentru clasele VIII-X
Ediția a XIII -a
 5 aprilie 2025
Clasa a IX-a
 Barem de corectare

Subiectul I

| | | | | | | | | | | |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Itemul | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| Răspunsul corect | d | a | a | b | b | b | c | c | d | d |
| punctaj | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

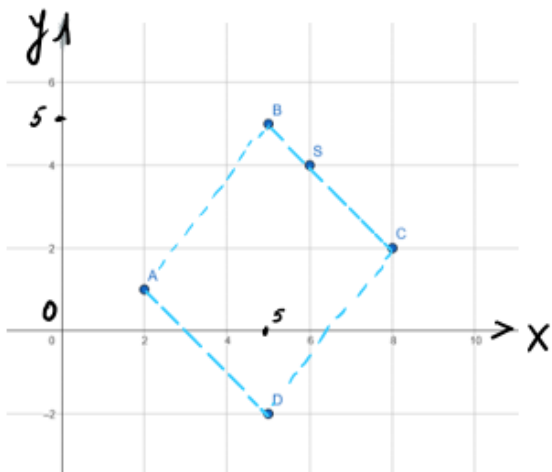
Subiectul II

Problema 1

- a) Costul pentru 5 stick-uri identice achiziționate va fi $100 + 95 + 90 + 85 + 80 = 450$2p
 Restul primit va fi $500 - 450 = 50$ lei.....2p
- b) Prețurile reduse în cascadă sunt în progresie aritmetică cu primul termen $a_1 = 100$ și rația $r = -5$2p
 Prețul celui de-al n-lea produs pentru care se aplică reducere de preț în cascadă va fi dat de relația:
 $a_n = a_1 + (n - 1)r = 100 + (n - 1) \cdot (-5) = 105 - 5n$ 2p
 Prețul minim la care poate ajunge stick-ul este $30\% \cdot 100 = 30$ lei2p
 $a_n = 105 - 5n = 30 \Leftrightarrow 5n = 75 \Leftrightarrow n = 15$ deci pragul minim este atins la a 15-lea produs2p
- c) Prețul total pentru $n \leq 15$ produse cumpărate (pentru care este aplicată reducerea în cascadă) va fi
 $P(n) = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1+a_n) \cdot n}{2} = \frac{(100+105-5n)n}{2} = \frac{205n-5n^2}{2}$ 3p
 $P(n) = 825 \Leftrightarrow \frac{205n-5n^2}{2} = 825 \Leftrightarrow 205n - 5n^2 = 1650 \Leftrightarrow n^2 - 41n + 330 = 0$ 3p
 Avem $\Delta = 361$, și soluțiile $n_1 = 11$ și $n_2 = 30 > 15$ care nu convine2p

Problema 2

- a) Reprezintă grafic punctele precizate de problemă.



.....2p

Drumul care optimizează transportul este cel efectuat în linie dreaptă între punctele D, A, B, C și retur la D1p

$$DA = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} = \sqrt{(2 - 5)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \dots\dots\dots 1p$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \dots\dots\dots 1p$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(8 - 5)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \dots\dots\dots 1p$$

$$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = \sqrt{(5 - 8)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \dots\dots\dots 1p$$

Distanța optimă parcursă de curier pe parcursul zilei va fi :

$$d = DA + AB + BC + CD \quad d = 3\sqrt{2} + 5 + 3\sqrt{2} + 5 = 10 + 6\sqrt{2} \text{ (km)} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Deoarece } \sqrt{2} \cong 1.44 < 1.5 \Rightarrow 10 + 6\sqrt{2} < 10 + 6 \cdot 1.5 = 19 \text{ deci } d < 19 \text{ km} \dots\dots\dots 2p$$

b) Conform reprezentării grafice a adreselor, stația de alimentare $S(6, 4)$ ar putea fi pe traseul

curierului doar dacă ar fi coliniară cu punctele $B(5; 5)$ și $C(8; 2)$2p

Pentru a verifica coliniaritatea punctelor, ar trebui să găsim o funcție liniară $f(x) = ax + b$ al cărei grafic să conțină cele 3 puncte.2p

$$\text{Avem deci } B(5; 5) \in G_f \Leftrightarrow f(5) = 5 \Leftrightarrow 5a + b = 5 \text{ și } C(8; 2) \in G_f \Leftrightarrow f(8) = 2 \Leftrightarrow 8a + b = 2 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Găsim } a = -1, b = 10 \text{ deci } f(x) = -x + 10 \dots\dots\dots 2p$$

Verifică $S(6; 4) \in G_f$, adică $f(6) = 4$ care este adevărat, deci punctele B, S, C coliniare adică stația se află pe traseul curierului2p

Sau

Observă că ar trebui verificată coliniaritatea punctelor B, S și C2p

Coliniaritatea punctelor B, S și C este echivalentă cu coliniaritatea vectorilor \overrightarrow{BS} și \overrightarrow{SC} 2p

$$\text{determină } \overrightarrow{BS} = (x_S - x_B) \cdot \vec{i} + (y_S - y_B) \cdot \vec{j} = (6 - 5) \cdot \vec{i} + (4 - 5) \cdot \vec{j} = \vec{i} - \vec{j} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{și } \overrightarrow{SC} = (x_C - x_S) \cdot \vec{i} + (y_C - y_S) \cdot \vec{j} = (8 - 6) \cdot \vec{i} + (2 - 4) \cdot \vec{j} = 2\vec{i} - 2\vec{j} \dots\dots\dots 2p$$

Observă că $\overrightarrow{SC} = 2 \cdot \overrightarrow{BS}$ deci vectorii sunt coliniari, deci $S \in BC$ adică stația se află pe traseul curierului2p