Liceul Tehnologic Economic de Turism Iaşi

Concursul Judeţean de Ştiinţe aplicate

pentru **clasele VIII-X**

Ediţia a IX -a

24 martie 2018

Clasa a X-a

Barem de corectare

Subiectul I

Itemul	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Răspunsul corect	b	a	c	e	d	b	b	d	c	a
punctaj	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Subiectul II

1.

a) $f(1) = 1$ 1p

Deci $\sqrt{1^2 - 3 \cdot 1 + 2} - a \cdot 1 + 2 = 1 \Leftrightarrow a = 1$ 1p

$f(3) = 2$ 1p

Deci $b - \log_2(3-2) = 2 \Leftrightarrow b = 2$ 1p

b) $f(2) = \sqrt{2^2 - 3 \cdot 2 + 2} - 2 + 2 = 0$ 1p

$f(10) = 2 - \log_2(10-2) = 2 - 3 = -1$ 1p

$f(10) - f(2) = -1 - 0 = -1$, deci temperatura a scăzut cu 1 grad 1p

c) temperatura de îngheţ a apei este 0°C..........1p

pentru $t \in [0;3), f(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 3 \cdot t + 2} - t + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\sqrt{t^2 - 3 \cdot t + 2} = t - 2$ 2p

Condiţii de existenţă:

$\begin{cases} t^2 - 3 \cdot t + 2 \geq 0 \\ t - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty) \\ t \in [2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow t \in [2; +\infty)$ 1p

$\left(\sqrt{t^2 - 3 \cdot t + 2}\right)^2 = (t-2)^2 \Leftrightarrow t^2 - 3 \cdot t + 2 = t^2 - 4 \cdot t + 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t = 2 \in [2; +\infty) \cap [0;3)$ 1p

Pentru $t \in [3;12], f(t) = 0 \Leftrightarrow 2 - \log_2(t-2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log_2(t-2) = 2$ 1p

Condiţie de existenţă $t - 2 > 0 \Leftrightarrow t \in (2; +\infty)$ 1p

Rezultă $t - 2 = 2^2 \Leftrightarrow t = 6 \in (2; +\infty) \cap [3;12]$ 2p

d) $t \in [0;3), f(t) < 0 \Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 3 \cdot t + 2} - t + 2 < 0$

Avem aceleaşi condiţii de existenţă ca la pct c) : $t \in [2; +\infty)$

$\sqrt{t^2 - 3 \cdot t + 2} < t - 2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{t^2 - 3 \cdot t + 2}\right)^2 < (t-2)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t^2 - 3 \cdot t + 2 < t^2 - 4 \cdot t + 4 \Leftrightarrow t < 2$ 1p

Deci $t \in (-\infty; 2) \cap [0;3) \cap [2; +\infty) \Leftrightarrow t \in \emptyset$ 1p

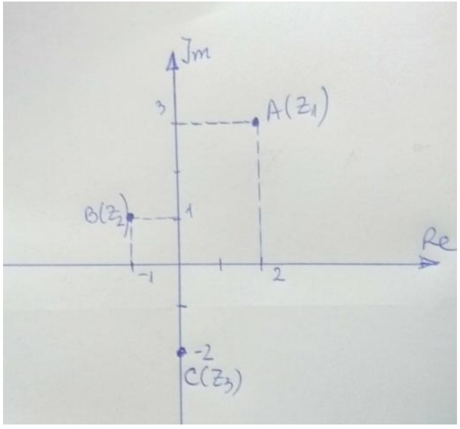
$t \in [3;12], f(t) < 0 \Leftrightarrow 2 - \log_2(t-2) < 0$

Avem aceeaşi condiţie de existenţă ca la pct c) : $t \in (2; +\infty)$

$2 < \log_2(t-2) \Leftrightarrow \log_2 4 < \log_2(t-2) \Leftrightarrow 4 < t - 2 \Leftrightarrow 6 < t$ 1p

Deci $t \in (2; +\infty) \cap (6; +\infty) \cap [3;12] \Leftrightarrow t \in (6\,;12]$ 1p

2. a)



....5p

b) Fie *G* centrul de greutate al triunghiului.

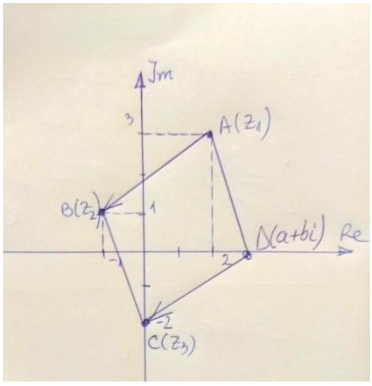
Atunci $z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{(2+3i)+(-1+i)+(-2i)}{3} = \frac{1+2i}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ 3p

c) $(z_2)^{100} = (-1+i)^{100} = [(-1+i)^2]^{50} = (-2i)^{50} =$...2p

$= (-2)^{50} \cdot i^{50} = 2^{50} \cdot (i^2)^{25} = 2^{50} \cdot (-1)^{25} = -2^{50} \in \mathbb{R}$ 2p

Deci avem că $(z_2)^{100} \in \mathbb{R}$ adică imaginea sa geometrică se va afla pe axa reală (Ox)..........1p

d)



....1p

Vom considera că punctul *D* are ca afix numărul complex $z_4 = a + bi$ 1p

ABCD paralelogram $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow$

$z_B - z_A = z_C - z_D \Leftrightarrow z_2 - z_1 = z_3 - z_4 \Leftrightarrow$..1p

$\Leftrightarrow (-1+i) - (2+3i) = (-2i) - (a+3i) \Leftrightarrow -3 - 2i = -a + (-2-b)i$ 2p

Egalăm respectiv părţile reale şi părţile imaginare şi găsim :

$-a = -3 \Leftrightarrow a = 3\,;\ -2 - b = -2 \Leftrightarrow b = 0$ 1p

Deci punctul *D* este afixul numărului complex $z_4 = 3 + 0 \cdot i = 3$ 1p