Liceul Tehnologic Economic de Turism Iaşi

Concursul Judeţean de Ştiinţe aplicate
pentru **clasele VIII-X**
Ediţia a IX -a
24 martie 2018
Clasa a VIII-a

Barem de corectare

Subiectul I

Itemul	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Răspunsul corect	c	d	c	b	c	b	b	a	d	b
punctaj	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Subiectul II

1.

a)(5p) $E(x,y)=xy-2x-2y+4=x(y-2)-2(y-2)=(x-2)(y-2)$

b)(5p)
$$\frac{2}{ab-2a-2b+4}\in\mathbf{N}\Leftrightarrow(a-2)(b-2)\in\{1;2\}\Leftrightarrow\begin{cases}a-2=1\\b-2=1\end{cases}sau\begin{cases}a-2=-1\\b-2=-1\end{cases}sau\begin{cases}a-2=2\\b-2=1\end{cases}sau$$
$$sau\begin{cases}a-2=1\\b-2=2\end{cases}sau\begin{cases}a-2=-2\\b-2=-1\end{cases}sau\begin{cases}a-2=-1\\b-2=-2\end{cases}\Leftrightarrow(a;b)\in\{(3;3),(1;1),(4;3),(3;4),(0;1),(1;0)\}$$

c)(5p)
$$\frac{1}{k\sqrt{k+1}+(k+1)\sqrt{k}}=\frac{k\sqrt{k+1}-(k+1)\sqrt{k}}{k^2(k+1)-(k+1)^2k}=\frac{k\sqrt{k+1}-(k+1)\sqrt{k}}{k^3+k^2-k^3-2k^2-k}=\frac{k\sqrt{k+1}}{-k(k+1)}-\frac{(k+1)\sqrt{k}}{-k(k+1)}=$$
$$=-\frac{\sqrt{k+1}}{k+1}+\frac{\sqrt{k}}{k}=\frac{1}{\sqrt{k}}-\frac{1}{\sqrt{k+1}},\forall k\in\mathbf{N}^*.$$

d)(5p) Folosind c) ecuația devine:
$$\frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}=\frac{9}{10}\Leftrightarrow1-\frac{1}{\sqrt{n+1}}=1-\frac{1}{10}\Leftrightarrow\sqrt{n+1}=10\Leftrightarrow n=99$$

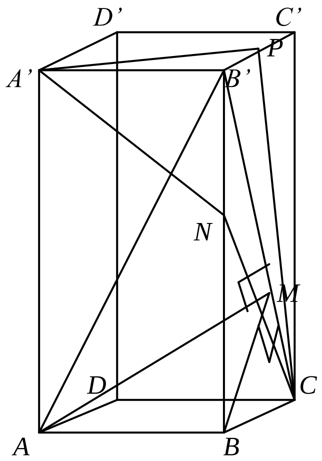
2.

a)(5p)
$$(AB,BC,CC')\approx(4;3;12)\Rightarrow\exists k\in\mathbf{R}_+^*\text{ astfel incat }\begin{cases}AB=4k\\BC=3k\\CC'=12k\end{cases}\Rightarrow A_t=2(4k\cdot3k+4k\cdot12k+3k\cdot12k)=$$
$=2\cdot12k^2(1+4+3)=192k^2$. Astfel, $192k^2=19200cm^2\Rightarrow k^2=100cm^2\Rightarrow k=10cm$, de unde $AB=40cm=4dm, BC=30cm=3dm, CC'=120cm=12dm$.

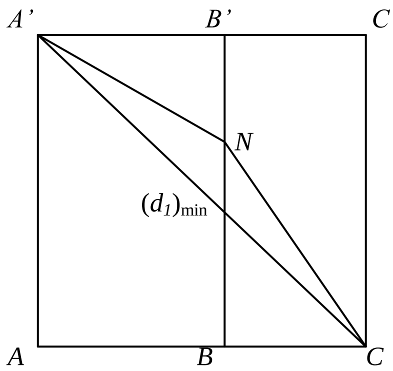
$V_{ABCDA'B'C'D'}=4dm\cdot3dm\cdot12dm=144dm^3=0{,}144m^2$, prețul plătit fiind de $0{,}144\cdot1000=144$ lei.

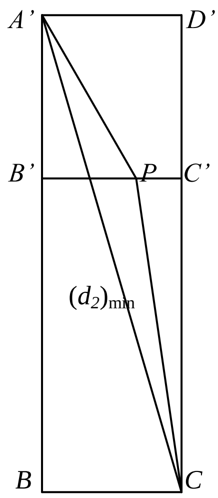
b)(5p) $(AB'C)\cap(BCC')=CB'$

Fie $CM\perp CB'$. Cum $AB\perp(BCC')$ obținem $AB\perp CB'$ și astfel
$$tg(\angle(AB'C),(BCC))=tg(\angle AMB)=\frac{AB}{BM}=\frac{AB}{\frac{BC\cdot BB'}{CB'}}=\frac{AB\cdot\sqrt{BC^2+BB'^2}}{BC\cdot BB'}=\frac{4\cdot\sqrt{3^2+12^2}}{3\cdot12}=\frac{\sqrt{17}}{3}$$



c)(5p) Păianjenul are două opțiuni de a ajunge din C în A', intersectând fie muchia [BB'], fie muchia [B'C'].





În primul caz $(d_1)_{\max} = (CN + NA')_{\max} = \sqrt{(CB + BA)^2 + AA'^2} = \sqrt{(3+4)^2 + 12^2}\,dm = \sqrt{193}dm$

iar în al doilea $(d_2)_{\max} = (CP + PA')_{\max} = \sqrt{(CC' + C'D')^2 + D'A^2} = \sqrt{(12+4)^2 + 3^2}\,dm = \sqrt{265}dm$,
caz în care păianjenul „alege” prima variantă de traseu.

d)(5p) Cuburile vopsite pe exact două fețe sunt cele situate pe muchii exceptând colțurile paralelipipedului. Astfel avem câte 4 - 2 = 2 cuburi pe [*AB*] si pe muchiile paralele cu ea, c\te 3 - 2 = 1 cub pe [*BC*] și pe muchiile paralele cu ea, respectiv cate 12 – 2 =10 cuburi pe [*AA'*] si pe muchiile paralele cu ea , deci $4\cdot(2+1+10)$ adică 52 cuburi.